Représentations paramétriques et équations cartésiennes

ÉQUATIONS CARTÉSIENNES

Les rappels de méthode sont en italique. Le repère est orthonormé dans tous les exercices.

Exercice 1

1. *Point A, coefficients de t donnés par $\vec{u}$.* $d : x = 2 + 3t$, $y = -1 + t$, $z = -2t$ ($t \in \mathbb{R}$). Pour $t = 1$: $(5\,;0\,;-2)$. Pour $t = -2$: $(-4\,;-3\,;4)$.
2. $\overrightarrow{BC}\,(2\,;-4\,;3)$ dirige (BC), qui passe par B : $x = 1 + 2t$, $y = 4 - 4t$, $z = -2 + 3t$ ($t \in \mathbb{R}$).
   - *Appartenance.* Pour $K(5\,;-4\,;4)$: $1 + 2t = 5$ donne $t = 2$; alors $y = 4 - 8 = -4$ et $z = -2 + 6 = 4$. Donc $K \in (BC)$.
   - Le segment $[BC]$ est décrit par $t \in [0\,;1]$ ($t = 0$ donne B, $t = 1$ donne C). Son milieu est le point de paramètre $\frac{1}{2}$: $\left(2\,;2\,;-\frac{1}{2}\right)$, ce qui est bien la moyenne des coordonnées de B et C.
3. *Termes constants et coefficients de t.* d' passe par $(5\,;3\,;-1)$ et elle est dirigée par $(-2\,;0\,;1)$.
   - $E(1\,;3\,;1)$: $5 - 2t = 1$ donne $t = 2$; $y = 3$ et $z = -1 + 2 = 1$: $E \in d'$.
   - $F(3\,;3\,;1)$: $t = 1$, $y = 3$, mais $z = -1 + 1 = 0 \neq 1$: $F \notin d'$.
   - $G(1\,;2\,;1)$: $y = 2 \neq 3$, alors que tous les points de d' ont pour ordonnée 3 : $G \notin d'$.
4. Les vecteurs directeurs sont $(2\,;-1\,;1)$ et $(-4\,;2\,;-2) = -2\,(2\,;-1\,;1)$: ils sont colinéaires, les droites sont parallèles. Le point $(5\,;-2\,;5)$ de la seconde ($s = 0$) est sur la première : $1 + 2t = 5$ donne $t = 2$, puis $y = -2$ et $z = 5$. Les deux systèmes représentent **la même droite**.

Exercice 2

1. *Les coefficients de t.* $\vec{u}\,(2\,;1{,}5\,;0{,}2)$. Pour $t = 0$, l'avion est en $(0\,;0\,;0{,}3)$: il passe au-dessus de O à $0{,}3$ km, soit 300 m d'altitude.
2. Pour $t = 5$: $M(5)\,(10\,;7{,}5\,;1{,}3)$.
3. $0{,}3 + 0{,}2t = 1{,}5$ donne $t = 6$: au bout de 6 minutes, l'avion est en $(12\,;9\,;1{,}5)$.
4. *Même paramètre pour x et y.* L'avion est à la verticale de C si $2t = 8$ et $1{,}5t = 6$. La première équation donne $t = 4$, et $1{,}5 \times 4 = 6$: la seconde est vérifiée. L'avion passe au-dessus du château d'eau au bout de 4 minutes, à l'altitude $z = 0{,}3 + 0{,}8 = 1{,}1$ km, soit $1\,100$ m.
5. En une minute, l'avion parcourt le vecteur $\vec{u}$, soit $\|\vec{u}\| = \sqrt{4 + 2{,}25 + 0{,}04} = \sqrt{6{,}29} \approx 2{,}508$ km. Sa vitesse est d'environ $2{,}508 \times 60 \approx 150$ km/h.
6. P est le point de paramètre $t = 2$ ($2t = 4$, $1{,}5 \times 2 = 3$, $0{,}3 + 0{,}4 = 0{,}7$) et Q celui de paramètre $t = 8$ ($2t = 16$, $1{,}5 \times 8 = 12$, $0{,}3 + 1{,}6 = 1{,}9$). L'avion parcourt $[PQ]$ pour $2 \leq t \leq 8$.

Exercice 3

1. *Coefficients donnés par $\vec{n}$, puis d avec le point A.* $2x + y - z + d = 0$ et $2 - 2 - 3 + d = 0$, donc $d = 3$: $\mathcal{P}_1 : 2x + y - z + 3 = 0$. Pour $R(0\,;0\,;3)$: $0 + 0 - 3 + 3 = 0$, donc $R \in \mathcal{P}_1$.
2. $0x + 1y + 0z + d = 0$ avec B : $4 + d = 0$. Donc $\mathcal{P}_2 : y - 4 = 0$, c'est-à-dire $y = 4$.
3. Le plan passe par O, donc $d = 0$: $\mathcal{P}_3 : 3x - y + 2z = 0$.
4. *Le plan médiateur passe par le milieu I de $[CD]$ et il est normal à $\overrightarrow{CD}$.* $I(2\,;1\,;1)$ et $\overrightarrow{CD}\,(2\,;2\,;-4)$. Donc $2x + 2y - 4z + d = 0$ avec $4 + 2 - 4 + d = 0$, soit $d = -2$. En divisant par 2 : $x + y - 2z - 1 = 0$. $EC^2 = 0 + 0 + 9 = 9$ et $ED^2 = 4 + 4 + 1 = 9$: $EC = ED$. Et $1 + 0 - 0 - 1 = 0$: E est bien dans le plan médiateur.
5. $\overrightarrow{AM}\,(x - 1\,;\ y + 2\,;\ z - 3)$, donc $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 2(x - 1) + (y + 2) - (z - 3) = 2x + y - z + 3$. On retrouve $M \in \mathcal{P}_1 \iff 2x + y - z + 3 = 0$. Le repère doit être orthonormé pour calculer le produit scalaire avec les coordonnées ($xx' + yy' + zz'$, chapitre 9).

Exercice 4

1. $(ABC) : z = 0$; $(EFG) : z = 1$; $(BCG) : x = 1$; $(ADH) : x = 0$.
2. $\overrightarrow{AG}\,(1\,;1\,;1)$, $\overrightarrow{BD}\,(-1\,;1\,;0)$ et $\overrightarrow{BE}\,(-1\,;0\,;1)$. Donc $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD} = -1 + 1 + 0 = 0$ et $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BE} = -1 + 0 + 1 = 0$. Les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BE}$ ne sont pas colinéaires (la troisième coordonnée de l'un est nulle, pas celle de l'autre) : $\overrightarrow{AG}$ est normal au plan (BDE). Avec B : $x + y + z + d = 0$ et $1 + d = 0$, donc $(BDE) : x + y + z - 1 = 0$.
3. $C(1\,;1\,;0)$, $F(1\,;0\,;1)$ et $H(0\,;1\,;1)$ vérifient $x + y + z - 2 = 0$ ($1 + 1 + 0 - 2 = 0$, etc.). Ils ne sont pas alignés : $\overrightarrow{CF}\,(0\,;-1\,;1)$ et $\overrightarrow{CH}\,(-1\,;0\,;1)$ ne sont pas colinéaires. Le plan (CFH) a donc pour équation $x + y + z - 2 = 0$. Les plans (BDE) et (CFH) ont le même vecteur normal $(1\,;1\,;1)$: ils sont **parallèles**, et distincts (B donne $1 - 2 = -1 \neq 0$).
4. $\Omega\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right) : x + y + z + d = 0$ avec $\frac{3}{2} + d = 0$, donc $\mathcal{Q} : x + y + z - \frac{3}{2} = 0$, ou $2x + 2y + 2z - 3 = 0$. Le milieu de $[BC]$ est $\left(1\,;\frac{1}{2}\,;0\right) : 2 + 1 + 0 - 3 = 0$. Le milieu de $[DH]$ est $\left(0\,;1\,;\frac{1}{2}\right) : 0 + 2 + 1 - 3 = 0$. De même, les milieux de $[CD]$, $[HE]$, $[EF]$ et $[FB]$ sont dans $\mathcal{Q}$: la somme de leurs coordonnées vaut $\frac{3}{2}$. Ces six points forment un hexagone. Comme Ω est le milieu de $[AG]$, $\mathcal{Q}$ est le plan médiateur de $[AG]$ (chapitre 9).

Une solution de BarroTech

Exercice 5

1. $\vec{n}\,(3\,;-2\,;1)$.
2. $A : 6-6=0$; $B : 3+2+1-6=0$; $C : 6-6=0$; $D : 3-4+4-6=-3\neq 0$. Donc A, B et C appartiennent à $\mathcal{P}$, mais pas D.
3. *On annule deux coordonnées.* Axe des abscisses : $3x=6$, point $(2\,;0\,;0)$. Axe des ordonnées : $-2y=6$, point $(0\,;-3\,;0)$. Axe des cotes : $z=6$, point $(0\,;0\,;6)$.
4. Le vecteur normal de $\mathcal{P}'$ est $(-6\,;4\,;-2)=-2\vec{n}$: les plans sont parallèles. A est dans $\mathcal{P}$, et dans l'équation de $\mathcal{P}'$ il donne $-12+0-0+1=-11\neq 0$: les plans sont **strictement parallèles**.
5. $3x-2y+z+d=0$ avec $3-2+1+d=0$, donc $\mathcal{Q} : 3x-2y+z-2=0$.
6. Δ est dirigée par $\vec{n}$: $x=1+3t$, $y=1-2t$, $z=1+t$ ($t\in\mathbb{R}$).
7. d est dirigée par $\vec{u}\,(1\,;2\,;1)$ et $\vec{u}\cdot\vec{n}=3-4+1=0$: d est parallèle à $\mathcal{P}$. Son point $(0\,;1\,;3)$ donne $0-2+3-6=-5\neq 0$: d n'est pas contenue dans $\mathcal{P}$, elle lui est strictement parallèle.
8. Le vecteur normal de $\mathcal{R}$ est $(1\,;1\,;-1)$. Il n'est pas colinéaire à $\vec{n}\,(3\,;-2\,;1)$ (il faudrait multiplier par 3 pour la première coordonnée et par -2 pour la deuxième) : les plans ne sont pas parallèles, ils sont sécants.

Exercice 6

Partie A.

Une solution de BarroTech

1. $\overrightarrow{AB}\,(2\,;-1\,;1)$ et $\overrightarrow{AC}\,(-1\,;2\,;2)$ ne sont pas colinéaires (rapport $-\frac{1}{2}$ pour la première coordonnée, -2 pour la deuxième) : A, B, C ne sont pas alignés.
2. $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=8-5-3=0$ et $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=-4+10-6=0$: $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan, il est normal à (ABC). Avec $A : 4+10-0+d=0$, donc $(ABC) : 4x+5y-3z-14=0$. Contrôle : B donne $12+5-3-14=0$ et C donne $0+20-6-14=0$.
3. D donne $8+10-3-14=1\neq 0$: $D\notin(ABC)$, les quatre points ne sont pas coplanaires.

Partie B.

1. $\overrightarrow{RS}\,(0\,;1{,}5\,;0)$ et $\overrightarrow{RU}\,(6\,;0\,;0{,}3)$ ne sont pas colinéaires. $\vec{m}\cdot\overrightarrow{RS}=0$ et $\vec{m}\cdot\overrightarrow{RU}=6+0-6=0$: $\vec{m}$ est normal à (RSU). Avec $R : d=0$, donc $(RSU) : x-20z=0$. Pour $T : 6-20\times 0{,}3=0$, donc T est dans ce plan.
2. $4-20z=0$ donne $z=0{,}2$: la personne est à $0{,}2$ m, soit 20 cm, au-dessus du sol.
3. La rampe monte de $0{,}3$ m pour 6 m parcourus horizontalement : pente $\frac{0{,}3}{6}=0{,}05$, soit $5\,\%$. C'est confortable.
4. $\overrightarrow{RS}\cdot\overrightarrow{RU}=0+0+0=0$: la rampe est bien un rectangle. $RS=1{,}5$ et $RU=\sqrt{36+0{,}09}=\sqrt{36{,}09}\approx 6{,}007\,5$. Aire : $1{,}5\times\sqrt{36{,}09}\approx 9{,}01$ m². Prix : $85\times 1{,}5\times\sqrt{36{,}09}\approx 765{,}96$ euros.

Exercice 7

Partie A. *On remplace x, y, z dans l'équation du plan.*

1. $2(2+t)-(-1+3t)+(1+2t)-4=t+2$. L'équation $t+2=0$ donne $t=-2$: d_1 et $\mathcal{P}$ sont sécants en $(0\,;-7\,;-3)$. Contrôle : $0+7-3-4=0$.
2. $2(1+t)-2t+5-4=3$. L'équation $3=0$ n'a pas de solution : d_2 est strictement parallèle à $\mathcal{P}$.
3. $2t-(-4+t)+(-t)-4=0$ pour tout t : d_3 est contenue dans $\mathcal{P}$.

Partie B. δ est dirigée par $\vec{u}\,(1\,;-1\,;2)$.

1. δ_1 est dirigée par $(1\,;-2\,;-1)$, non colinéaire à $\vec{u}$. Le système $1+t=s$, $2-t=5-2s$, $2t=4-s$: la première équation donne $s=1+t$, la troisième $2t=3-t$, donc $t=1$ et $s=2$. Deuxième équation : $2-1=1$ et $5-4=1$, elle est vérifiée. Les droites sont **sécantes** en $(2\,;1\,;2)$.
2. δ_2 est dirigée par $(1\,;1\,;-1)$, non colinéaire à $\vec{u}$. Le système $1+t=4+s$, $2-t=s$, $2t=1-s$: les deux dernières équations donnent $2t=1-(2-t)$, donc $t=-1$ et $s=3$. La première donnerait $0=7$: impossible. Les droites sont **non coplanaires**.
3. δ_3 est dirigée par $(-2\,;2\,;-4)=-2\vec{u}$: les droites sont parallèles. Le point $(2\,;0\,;4)$ de δ_3 est-il sur δ ? $1+t=2$ donne $t=1$, puis $y=1\neq 0$: non. Les droites sont **strictement parallèles**.

Exercice 8

1. Le forage passe par $A(0\,;0\,;0)$ et il est dirigé par $\vec{u}$: $x=4t$, $y=4t$, $z=-7t$, avec $t\geq 0$. $\|\vec{u}\|=\sqrt{16+16+49}=\sqrt{81}=9$.
2. On remplace dans l'équation de $\mathcal{P}$: $4t+8t-140t+2560=0$, soit $128t=2560$, donc $t=20$. Le forage atteint la couche en $I(80\,;80\,;-140)$, à 140 m de profondeur.
3. $\overrightarrow{AI}=20\vec{u}$, donc $AI=20\times 9=180$ m. Prix : $180\times 60=10\,800$ euros.
4. Le forage vertical : $x=0$, $y=0$, $z=-s$ ($s\geq 0$). On remplace : $-20s+2560=0$, donc $s=128$. Il atteindrait la couche en $(0\,;0\,;-128)$, avec 128 m de forage, soit $7\,680$ euros : une économie de $3\,120$ euros.
5. Le second forage : $x=100-2s$, $y=3s$, $z=-5s$. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires. Le système $4t=100-2s$, $4t=3s$, $-7t=-5s$: les deux dernières équations donnent $t=\frac{3}{4}s$ et $t=\frac{5}{7}s$, donc $\frac{3}{4}s=\frac{5}{7}s$, puis $s=0$ et $t=0$. La première donnerait $0=100$: impossible. Les droites des forages sont non coplanaires : **les forages ne se coupent pas**.

Exercice 9

Partie A.

1. $\vec{n}\,(1\,;-2\,;2)$ dirige $\Delta : x = 2+t$, $y = -1-2t$, $z = 1+2t$ ($t \in \mathbb{R}$).
2. On remplace : $(2+t) - 2(-1-2t) + 2(1+2t) + 3 = 9 + 9t$. L'équation $9+9t = 0$ donne $t = -1$: $H(1\,;1\,;-1)$. Contrôle : $1 - 2 - 2 + 3 = 0$.
3. $\overrightarrow{MH}\,(-1\,;2\,;-2)$, donc $MH = \sqrt{1+4+4} = 3$: la distance de M à $\mathcal{P}$ vaut 3.
4. H est le milieu de $[MM']$, donc $x_{M'} = 2x_H - x_M$, et de même pour y et z : $M'(0\,;3\,;-3)$. C'est le point de Δ de paramètre $t = -2$.

Partie B.

1. $d : x = 2t$, $y = 1-t$, $z = 2+2t$ ($t \in \mathbb{R}$).
2. *On cherche $K(t)$ tel que $\overrightarrow{NK(t)} \cdot \vec{v} = 0$.* $K(2t\,;1-t\,;2+2t)$, donc $\overrightarrow{NK}\,(2t-6\,;\ -t\,;\ 2t-3)$ et $\overrightarrow{NK} \cdot \vec{v} = 2(2t-6) + t + 2(2t-3) = 9t - 18$, nul pour $t = 2$. Donc $K(4\,;-1\,;6)$.
3. $\overrightarrow{NK}\,(-2\,;-2\,;1)$ et $NK = \sqrt{4+4+1} = 3$: la distance de N à d vaut 3.
4. $\overrightarrow{BN}\,(6\,;0\,;3)$, $\overrightarrow{BN} \cdot \vec{v} = 12 + 0 + 6 = 18$ et $\|\vec{v}\|^2 = 9$: $t = \frac{18}{9} = 2$.

Exercice 10

1. $E : 0 - 16 + 16 = 0$; $F : 0 - 16 + 16 = 0$; $G : 8 - 24 + 16 = 0$. Ces trois points ne sont pas alignés ($\overrightarrow{EF}\,(0\,;6\,;0)$ et $\overrightarrow{EG}\,(8\,;6\,;4)$ ne sont pas colinéaires), donc $\mathcal{P}$ est le plan du plateau. Vecteur normal : $\vec{n}\,(1\,;0\,;-2)$.
2. La droite passant par L et dirigée par $\vec{n}$: $x = 2+t$, $y = 3$, $z = 19-2t$. On remplace : $(2+t) - 2(19-2t) + 16 = 5t - 20$, nul pour $t = 4$. Donc $H(6\,;3\,;11)$. Comme $0 \le 6 \le 8$ et $0 \le 3 \le 6$, H est sur le plateau.
3. $\overrightarrow{LH}\,(4\,;0\,;-8)$, donc $LH = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \approx 8{,}944$ dm : la lampe est à environ 89 cm du plateau.
4. $\overrightarrow{KG}\,(0\,;6\,;0)$: $(KG) : x = 8$, $y = 6s$, $z = 12$ ($s \in \mathbb{R}$). Pour $H'(8\,;6s\,;12)$, $\overrightarrow{LH'}\,(6\,;6s-3\,;-7)$ et $\overrightarrow{LH'} \cdot \overrightarrow{KG} = 6(6s-3)$, nul pour $s = \frac{1}{2}$. Donc $H'(8\,;3\,;12)$, le milieu de $[KG]$, et $LH' = \sqrt{36+0+49} = \sqrt{85} \approx 9{,}220$ dm, soit environ 92 cm. On trouve bien $LH' > LH$: H est le point du plan le plus proche de L (chapitre 9).

Exercice 11

Partie A.

1. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires ($\vec{u}$ a une troisième coordonnée nulle, pas $\vec{v}$). Le système $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$ s'écrit $a = 1$, $a + b = 0$, $b = 1$: les deux premières équations donnent $b = -1$, ce qui contredit la troisième. Pas de solution : $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base.
2. $x\vec{u} + y\vec{v} + z\vec{w} = (x + z\,;\ x + y\,;\ y + z)$. Le système $x + z = 5$, $x + y = 1$, $y + z = 2$ donne, en ajoutant les trois lignes, $2(x + y + z) = 8$, donc $x + y + z = 4$. Alors $y = 4 - 5 = -1$, $z = 4 - 1 = 3$ et $x = 4 - 2 = 2$. Les coordonnées de $\vec{t}$ sont $(2\,;-1\,;3)$: $\vec{t} = 2\vec{u} - \vec{v} + 3\vec{w}$.
3. $\vec{w'} = a\vec{u} + b\vec{v}$: $a = 1$, $a + b = 3$, $b = 2$. Les deux premières donnent $b = 2$, et la troisième est vérifiée : $\vec{w'} = \vec{u} + 2\vec{v}$. Les trois vecteurs sont coplanaires, ce n'est pas une base.

Partie B.

1. $\overrightarrow{AC}\,(1\,;1\,;0)$, $\overrightarrow{AF}\,(1\,;0\,;1)$, $\overrightarrow{AH}\,(0\,;1\,;1)$: ce sont les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{w}$, $\vec{v}$ de la partie A. Ils forment donc une base.
2. $x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AF} + z\overrightarrow{AH} = (x + y\,;\ x + z\,;\ y + z) = (1\,;1\,;1)$. En ajoutant : $x + y + z = \frac{3}{2}$, d'où $x = y = z = \frac{1}{2}$: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH}\right)$, coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$.
3. $(x + y\,;\ x + z\,;\ y + z) = (1\,;0\,;0)$: $x + y + z = \frac{1}{2}$, d'où $z = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$. Coordonnées $\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\,;-\frac{1}{2}\right)$: $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AF} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AH}$.

Une solution de BarroTech

Exercice 12

1. $\overrightarrow{AB}\,(2\,;1\,;-1)$ et $\overrightarrow{AF}\,(6\,;3\,;-3) = 3\overrightarrow{AB}$: A, B, F sont **alignés**. $\overrightarrow{AC}\,(1\,;3\,;-2) = k\overrightarrow{AB}$ donnerait $k = \frac{1}{2}$ par la première coordonnée et $k = 3$ par la deuxième : pas de solution, A, B, C ne sont pas alignés.
2. $\overrightarrow{AD}\,(3\,;4\,;-3) = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$: $2a + b = 3$, $a + 3b = 4$, $-a - 2b = -3$. La première donne $b = 3 - 2a$; la deuxième, $a + 9 - 6a = 4$, donc $a = 1$ et $b = 1$. Troisième : $-1 - 2 = -3$, vérifiée. Donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$: les points sont coplanaires, et $ABDC$ est un **parallélogramme** ($\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$).
3. $\overrightarrow{AE}\,(0\,;1\,;-1)$: $2a + b = 0$, $a + 3b = 1$, $-a - 2b = -1$. Les deux premières donnent $b = -2a$, puis $-5a = 1$: $a = -\frac{1}{5}$ et $b = \frac{2}{5}$. Troisième : $\frac{1}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{3}{5} \neq -1$. Pas de solution : A, B, C, E ne sont **pas coplanaires**.
4. $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 2 + 3 - 5 = 0$ et $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 + 9 - 10 = 0$, avec $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires : $\vec{n}$ est normal à (ABC). Avec A : $1 + 0 + 10 + d = 0$, donc $(ABC) : x + 3y + 5z - 11 = 0$. D donne $4 + 12 - 5 - 11 = 0$: $D \in (ABC)$. E donne $1 + 3 + 5 - 11 = -2 \neq 0$: $E \notin (ABC)$.
5. $(AD) : x = 1 + 3t$, $y = 4t$, $z = 2 - 3t$; $(BC) : x = 3 - s$, $y = 1 + 2s$, $z = 1 - s$. La première équation donne $s = 2 - 3t$; la deuxième, $4t = 1 + 4 - 6t$, donc $t = \frac{1}{2}$ et $s = \frac{1}{2}$. Troisième : $2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$ et $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, vérifiée. Les droites se coupent en $\left(\frac{5}{2}\,;2\,;\frac{1}{2}\right)$: c'est le milieu des diagonales $[AD]$ et $[BC]$ du parallélogramme $ABDC$.